

**В. В. ЕПИФАНОВ**

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕЗОНАНСНЫХ ЗОН ПОПЕРЕЧНЫХ КОЛЕБАНИЙ ВЕРХНЕЙ ВЕТВИ УПРУГОГО ГУСЕНИЧНОГО ОБВОДА

Представлена математическая модель поперечных колебаний верхней ветви упругого гусеничного обвода быстроходных гусеничных машин. Учтены следующие нелинейные факторы: упругость, обусловленная продольной жесткостью гусеницы; инерционность, связанная с приведенной к ведущему колесу инерционной массой двигателя и трансмиссии; демпфирование, связанное с гистерезисными потерями в шарнире, а также с проскальзыванием гусеницы относительно поддерживающих катков; отрыв гусеницы от поддерживающих катков и провисание участков. Предложенный метод определения резонансных зон поперечных колебаний гусеничного обвода согласуется с результатами стендовых и натурных испытаний и может быть использован при проектировании быстроходных гусеничных машин.

**Ключевые слова:** упругий гусеничный обвод, поперечные колебания, резонансные зоны.

Представлено математичну модель поперечних коливань верхньої гілки пружного гусеничного обводу швидкохідних гусеничних машин. Враховано наступні не лінійні фактори: пружність, обумовлена поздовжньою жорсткістю гусениці; інерційність, що пов'язана з приведеною до ведучого колеса інерційною масою двигуна і трансмісії; демпфірування, пов'язане з гістерезисними втратами в шарнірі, а також з ковзанням гусениці щодо підтримуючих катків; відрив гусениці від підтримуючих катків і провисання ділянок. Запропонований метод визначення резонансних зон поперечних коливань гусеничного обводу узгоджується з результатами стендових і натурних випробувань і може бути використаний при проектуванні швидкохідних гусеничних машин.

**Ключові слова:** пружний гусеничний обвід, поперечні коливання, резонансні зони.

A mathematical model of transverse vibrations of the upper branch of the elastic crawler-pass high-speed tracked vehicles is shown. Flexibility, due to the longitudinal stiffness of the caterpillar; the inertia associated with the above to the drive wheel inertial mass of the engine and transmission; damping associated with the hysteresis loss at the joint, and the creep relatively caterpillar supporting rollers; tracks lead over the support rollers and sagging areas are taken into account. The proposed method for determining the resonance zones transverse vibrations tracked bypass is consistent with the results of bench and field tests and can be used in the design of high-speed tracked vehicles.

**Keywords:** bouncy track rim, transverse vibrations, resonance zone

**Введение.** Опыт эксплуатации быстроходных гусеничных машин и стендовые испытания показали, что на определенных режимах движения в гусеничном обводе возникают поперечные колебания участков верхней ветви. Эти колебания вызываются колебаниями корпуса и звенчатостью гусеницы и приводят к увеличению потерь мощности в гусеничном двигателе и его вибронегативности. Вопросам исследования колебаний верхней ветви гусеничного обвода в линейной постановке посвящена работа [1].

**Постановка задачи.** Для более полного исследования этих колебаний необходимо учитывать следующие нелинейные факторы:

- упругость, обусловленную продольной жесткостью гусеницы;
- инерционность, связанную с приведенной к ведущему колесу инерционной массой двигателя и трансмиссии;
- демпфирование, связанное с зависимостью гистерезисных потерь в резинометаллическом шарнире от амплитуды и частоты колебаний, а также с проскальзыванием гусеницы относительно поддерживающих катков при колебаниях;
- отрыв участков верхней ветви от поддерживающих катков и провисание этих участков.

**Методы исследования.** С учетом перечисленных факторов рассмотрим колебания верхней ветви гусеничного движителя (рис. 1).

Считаем, что вертикальная ось  $O_y$  остается неподвижной, а начало системы координат  $xO_z$ , в которой рассматриваются поперечные колебания

участка верхней ветви гусеничного обвода длиной  $l$  относительно корпуса машины, совпадает с точкой контакта гусеницы с поддерживающим катком.

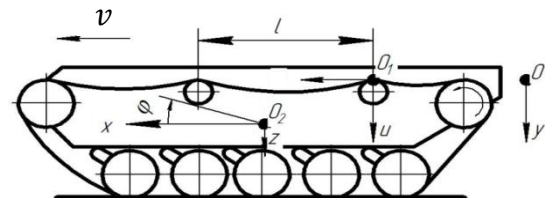


Рис. 1 - Схема для расчета колебаний верхней ветви гусеничного движителя

Отклонения положения корпуса при его колебаниях заданы координатами  $Z$  (вертикальное отклонение вдоль оси, проходящей через центр масс  $O_2$ ) и  $\varphi$  (угловое отклонение вокруг центра масс). Уравнение свободных поперечных колебаний рассматриваемого участка ветви может быть представлено в виде

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{\alpha EI}{\mu} \cdot \frac{d^5 y}{dt dx^4} + \frac{EF}{\mu} \cdot \frac{d^4 (y+y_0)}{dx^4} - \frac{(T_0 + \Delta T_y - \Delta T_u)}{\mu} \cdot \frac{d^2 (y+y_0)}{dx^2} + 2v \frac{d^2 y}{dt dx} = 0, \quad (1)$$

где  $y = y(x, t)$  — поперечные перемещения точки участка с продольной координатой  $x$  в момент времени  $t$ ;  $\alpha$  — коэффициент, характеризующий рассеяние энергии при колебаниях;  $EI$ ,  $\mu$ ,  $EF$ ,  $v$  — соответственно приведенная изгибная жесткость, погонная масса, приведенная жесткость на растяжение и скорость продольного движения

гусеницы относительно корпуса;  $y_0 = y_0(x)$  – функция, задающая поперечные координаты точек участка в положении, относительно которого осуществляются колебания;  $T_0$  – натяжение верхней ветви обвода, соответствующие положению, когда поперечные координаты точек участка заданы функцией  $y_0$ ;  $\Delta T_y$  – изменение натяжения при колебаниях, обусловленное нелинейной упругостью;  $\Delta T_n$  – изменение натяжения, связанное с нелинейной инерционностью.

Вынужденные поперечные колебания описываются уравнением (1) при неоднородных граничных условиях на концах участка:

$$y(0, t) = \psi_1(t); \quad y(l, t) = \psi_2(t);$$

$$\left. \frac{d^2 y}{dx^2} \right|_{x=0} = \left. \frac{d^2 y}{dx^2} \right|_{x=l} = 0.$$

При этом  $y = u + w$ , (2)

где  $u(x, t)$  определяет положение участка относительно корпуса машины;  $w(x, t)$  характеризует переносное движение участка вместе с корпусом и может быть представлено в виде

$$w = \psi_1 + \frac{(\psi_2 - \psi_1)x}{l}, \quad (3)$$

где  $\varphi_1 = Z - d_1 \varphi$ ;  $\varphi_2 = Z - d_2 \varphi$  – перемещения поддерживающих катков, вызванные колебаниями корпуса,  $d_1$  и  $d_2$  – горизонтальные координаты осей поддерживающих катков в системе  $XO_2Z$ .

$$Z = Z_0 \sin \omega t, \quad \varphi = \varphi_0 \sin(\omega t + \gamma), \quad (4)$$

где  $Z_0$  и  $\varphi_0$  – амплитудные значения вертикальных и угловых колебаний корпуса;  $\gamma$  – сдвиг фазы;  $\omega$  – частота колебаний корпуса.

В соответствии с [2]

$$\Delta T_y = \frac{FF}{2S} \int_0^l \left\{ \left[ \frac{\partial(u+u_0)}{\partial x} \right]^2 - \left( \frac{\partial u_0}{\partial x} \right)^2 \right\} dx, \quad (5)$$

$$\Delta T_n = -M \partial^2 l_1 / \partial t^2,$$

где  $S$  – длина гусеничного обвода, за исключением опорной ветви;  $M$  – приведенная к ведущему колесу инерционная масса двигателя и трансмиссии;  $l_1$  – продольное перемещение точек гусеницы, расположенных на ведущем колесе, обусловленное колебаниями рассматриваемого участка.

Для участков верхней ветви гусеничного обвода наиболее характерна первая форма поперечных колебаний и можно записать

$$u = A \sin(\pi x / l), \quad u_0 = A_0 \sin(\pi x / l), \quad (6)$$

где  $A_0$  – стрела провисания участка в положении, относительно которого осуществляются колебания;  $A=A(t)$  – приращение стрелы провисания при колебаниях.

В общем случае  $0 < A_0 \leq A_c$ , где  $A_c$  – стрела провисания участка под действием статического натяжения  $T_c$ , соответствующего скорости  $v$ , и для колебательных систем, описываемых уравнением типа (1),  $A_0$  определяется по методике,

приведенной в [3]. После подстановки (2) – (6) в уравнение (1), приведения к каноническому виду и применения метода Галеркина решение может быть найдено асимптотическим методом. Произведя замену  $A=A_m \cos \omega t$ , где  $A_m$  – максимальное приращение стрелы провисания при колебаниях, и проделав операции согласно методу, получим в первом приближении:

$$[A_m(\omega + \omega_0)]^2 [(\omega - \omega_e)^2 + \alpha_0^2] = B^2, \quad (7)$$

$$\text{где } B=B(\varphi_0, Z_0, \gamma, v, d_1, l, \omega); \quad \omega_e = \omega_0 \left[ 1 - \frac{\beta 22 A 0 2 + A m 2 + 1/2 \omega 0 \varepsilon 3 4 A m 2 + 2 A 0 2 - a v \Phi}{\Phi} \right];$$

$$\omega_0 = \frac{\pi}{l} \sqrt{\frac{T_0}{\mu} + \frac{\pi^2 E I}{\mu l^2}}; \quad \varepsilon_1 = \frac{\pi^2 E F}{4 S \mu l};$$

$$\varepsilon = \varepsilon_1 \left( \frac{\pi}{l} \right)^2; \quad \beta_1 = \frac{M}{2 \mu}; \quad \beta = \beta_1 \frac{\pi^4}{4 l^3};$$

$$\alpha_v = \left( \frac{\pi v}{l} \right)^2; \quad b_v = \alpha_v v^2; \quad C_v = k^2 + v^2;$$

$$k^2 = T_0 / \mu; \quad T_0 = T_c - \varepsilon_1 \mu (A_c^2 + A_0^2).$$

Коэффициент демпфирования  $\alpha_0$ , входящий в уравнение (7), определяется, как отмечалось выше, не только внутренним рассеиванием энергии в шарнирах колеблющегося участка, но и трением, возникающим между поддерживающим катками и гусеницей при их относительном проскальзывании. Тогда в соответствии с [2]  $\alpha_0 = \alpha_1 + \alpha_2 A_m^2 / 4$ , где  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  – коэффициенты.

Представленная математическая модель может быть распространена на случай колебаний с отрывом гусеницы от поддерживающих катков. Отрыв имеет место, когда суммарное усилие, действующие со стороны гусеницы на поддерживающий каток, становится отрицательным. При этом происходит поднятие участка верхней ветви, сопряженного с рассматриваемым, т.е. увеличивается длина участка, совершающего поперечные колебания. Для определения максимального отклонения колеблющегося участка его кинетическая и потенциальная энергия в момент отрыва приравняется потенциальной энергии в верхнем положении.

#### Результаты численного моделирования и экспериментальных исследований

Амплитудно-частотные характеристики поперечных колебаний участка верхней ветви гусеничного обвода в зависимости от  $f = \omega / (2\pi)$  (рис. 2) можно определить в соответствии с уравнением (7).

При расчете в качестве исходных данных взяты параметры гусеничного обвода экспериментальной стендовой установки [4], являющейся геометрически подобной моделью движителя быстроходной гусеничной машины Т-

64А [5](масштаб 1:4) :  $EJ = 0,223 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{рад}$ ;  $\mu = 13,4 \text{ кг/м}$ ;  $EF = 245 \text{ кН}$ ;  $l = 0,83 \text{ м}$ ;  $S = 3 \text{ м}$ ;  $M = 50 \text{ кг}$ . Коэффициенты  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  определяются экспериментально методом затухающих колебаний [2].

Амплитудно-частотные характеристики построены для предварительного статического натяжения обвода  $T_{co} = 430 \text{ Н}$ ;  $v = 3,35 \text{ м/с}$  при различных амплитудах колебаний корпуса. Характерный излом кривых на рис. 2 соответствует началу резонансных колебаний с отрывом гусеницы от поддерживающих катков.

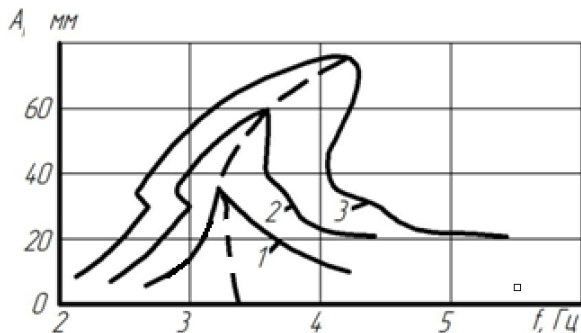


Рис. 2. Амплитудно частотные характеристики поперечных колебаний участка верхней ветви гусеничного обвода стенда:

1 – при  $Z_0 = 2 \text{ мм}$ ; 2 –  $Z_0 = 6 \text{ мм}$ ; 3 –  $Z_0 = 10 \text{ мм}$

Экспериментальная проверка полученных теоретических результатов осуществлена на стенде. Эксперимент проводился следующим образом: с помощью устройства для регулирования натяжения гусеничного обвода задавалось предварительное натяжение, устанавливались скорость продольного движения обвода и амплитуда вертикальных колебаний корпуса. Затем плавно увеличивалась частота колебаний корпуса. При резонансной частоте  $f'_c$  и соответствующей амплитуде  $A'_c$  происходил «срыв» колебаний участка. Частота колебаний корпуса и скорость движения гусеничного обвода фиксировались с помощью индукционных датчиков, сигналы с которых записывались на осциллограф. Для определения амплитуд поперечных колебаний участка, а также моментов отрыва от поддерживающих катков использовалась видеосъемка. Экспериментальные результаты, полученные при исходных данных, соответствующих кривой 2 (рис.2), хорошо согласуются с расчетными. Расчетные и экспериментальные значения резонансных амплитуд и частот поперечных колебаний гусеничного обвода для различных предварительных натяжений  $T_{co}$ , скоростей продольного движения гусениц  $v$  и амплитуд вертикальных колебаний корпуса  $Z_0$  (таблица1) также достаточно близки.

Таким образом, теоретические и экспериментальные исследования показывают, что участок обвода представляет собой колебательную

систему с изменяющимся в зависимости от интенсивности возмущающего воздействия характером нелинейности. При малых амплитудах преобладает нелинейная инерционность и система ведет себя как «мягкая». С увеличением амплитуды все более сказывается нелинейная упругость и система становится «жесткой». Проверка зависимости резонансной частоты поперечных колебаний гусеничного обвода от предварительного натяжения проводилась на Т-64А при равномерном прямолинейном движении машины по ровному укатанному участку грунтовой дороги. Вынужденные колебания вызывались естественным возмущением, обусловленным звенчатостью гусеницы, а резонансная частота шагового возмущения задавалась соответствующей скоростью движения. Анализ экспериментальной и теоретической зависимости резонансной частоты поперечных колебаний от предварительного натяжения для участка ветви гусеничного обвода, премыкающего к ведущему колесу, показал, что они достаточно близки (рис.3.).

Таблица 1 - Расчетные  $A_c$  и  $f'_c$  и экспериментальные  $A'_c$  и  $f'_c$  значения резонансных амплитуд и частот поперечных колебаний гусеничного обвода на стендовой установке

$Z_0, \text{ мм}$	$T_{co}, \text{ Н}$	$v, \text{ м/с}$	$A_c / A'_c, \text{ мм}$	$f_c / f'_c, \text{ Гц}$
2	430	2,15	33/35	3,41/3,95
2	430	2,85	34/40	3,31/3,70
2	260	2,10	35/39	3,74/3,45
2	260	2,75	40/47	3,66/3,2
2	210	2,75	42/42	3,54/3,4
6	430	3,35	59/53	3,69/3,65
6	260	2,15	55/51	3,25/3,75
6	260	2,80	56/56	3,34/3,6
6	210	2,10	53/60	3,37/3,48
6	210	2,80	57/66	3,42/3,22
10	210	2,00	70/65	3,76/3,86
10	210	2,80	71/72	3,72/3,38

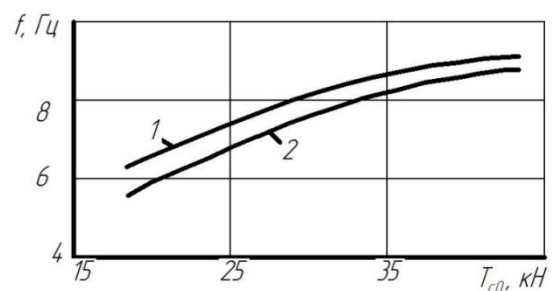


Рис. 3. Зависимость резонансной частоты поперечных колебаний участка верхней ветви гусеничного обвода от предварительного натяжения:

1 – экспериментальная; 2 – расчетная

**Выводы.** Предложенный метод определения резонансных зон поперечных колебаний верхней ветви упругого гусеничного обвода согласуется с результатами стендовых и натурных испытаний и может быть использован при проектировании быстроходных гусеничных машин.

#### Список литературы

1. Платонов В.Ф. Динамика и надежность гусеничного движителя/В.Ф. Платонов. – М.: Машиностроение, 1973. – 232 с.
2. Болотин В.В. Динамическая устойчивость упругих систем/ В.В. Болотин. – М.: Гостехиздат, 1956. – 606 с.
3. Крюков В.И. Вынужденные колебания существенно нелинейных систем / В.И. Крюков. – М.: Машиностроение, 1984. – 216 с.
4. Патент 69063 Україна, МПК G 01 M 17/03. Стенд для дослідження гусеничного рушія/ Єпіфанов В.В.; Воронцов С.М.; заявник і власник патенту Національний технічний університет "Харківський політехнічний інститут". – **У** 2011 09408; заявл. 27.07.11; опубл. 25.04.12, Бюл. №8.
5. Александров Е.Е. Быстроходные гусеничные и армейские колесные машины: краткая история развития/Е.Е.

Александров, В.В. Епифанов. – Х: НТУ"ХПИ", 2001. – 376 с.

#### References (transliterated)

1. Platonov V.F. Dynamics and reliability of caterpillar tracks / V.F. Platonov. – Moscow: Mechanical engineering, 1973. – 232 p.
2. V.V. Bolotin Dynamic stability of elastic systems / V.V. Bolotin. – Moscow: Gostekhizdat, 1956. – 606 p.
3. V. Kryukov Forced oscillations of strongly nonlinear systems / V.I. Kryukov. – Moscow: Engineering, 1984. – 216 p.
4. No. 69063 UKRAINE, IPC G 01 M 17/03. Stand for doslidzhennya caterpillar rushiya / Epifanov V.V. ; S.M. Vorontsov; zayavnik i vlasnik patent Natsionalny tehniczny University "Harkivsky politechnichny institut". – 2011 09408; appl. 27.07.11; publ. 25.04.12, Bul. No 8.
5. Aleksandrov E.E. The fast tracked and wheeled military machines: a brief history of the development / E.E. Aleksandrov, V.V. Epifanov. – X: NTU "KPI", 2001. – 376 p.

Поступила (received) 03.02.2017

#### Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

**Визначення резонансних зон поперечних коливань верхньої гілки пружного гусеничного обводу/ В.В. Єпіфанов** // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Транспортне машинобудування. – Харків : НТУ «ХПІ», 2017. – № 5 (1227). – С. 179–182. – Библиогр.: 5 назв. – ISSN 2079 0066.

**Определение резонансных зон поперечных колебаний верхней ветви упругого гусеничного обвода/ В.В. Епифанов** // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Транспортное машиностроение. – Харьков: НТУ «ХПИ», 2017. – № 5 (1227). – С. 179-182. – Библиогр.: 5 назв. – ISSN 2079 0066.

**Definition rezonansnyh zones poperechnykh oscillations top vetvy elastic crawler contours / V.V. EPYFANOV** // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Transport machine building. – Kharkov : NTU "KhPI", 2017. – No. 5 (1227). – P. 179–182. – Bibliogr.: 5. – ISSN 2079-0023.

#### Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

**Єпіфанов Віталій Валерійович** – кандидат технічних наук, професор, декан факультету транспортного машинобудування., Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м Харків, роб. тел. 70-76-299, моб. тел. (057)-707-68-59, E-mail: tm@kpi.kharkov.ua

**Епифанов Виталий Валерьевич** - кандидат технических наук, профессор, декан факультета транспортного машиностроения., Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», г. Харьков, раб. тел. 70-76-299, моб. тел. (057) -707-68-59, E-mail: tm@kpi.kharkov.ua

**Epifanov Vitaly Valerevich** - candidate of Science, Professor, Dean of the Faculty of Transport Engineering., National Technical University 'Kharkiv Polytechnic Institute ', Kharkiv, Rob. Tel. 70-76-299, mob. Tel. (057) -707-68-59, E-mail: tm@kpi.kharkov.ua